数理解析研究所講究録
第2044巻 2017年 171-181

プロジェクト・リスク・マネジメントにおける対策すべきリスクの選択ついて

金沢学院大学 経営情報学部　福田 裕一　(Hirokatsu Fukuda)
Faculty of Business Administration and Information Science,
Kanazawa Gakuin University
金沢学院大学 経営情報学部　桑野 裕昭　(Hiroaki Kuwano)
Faculty of Business Administration and Information Science,
Kanazawa Gakuin University

1　はじめに

プロジェクトとは「独自のプロダクト，サービス，所産を創造するために実施する有期性のある業務」である [5]．プロジェクトには目的，期限，費用などがあらかじめ与えられており，与えられた費用や期限内で目的を達成できた場合，プロジェクトは成功したと評価され，逆に目的を達成できない場合，プロジェクトは失敗したと評価される．しかし実際のプロジェクトでは，さまざまなプロジェクト・リスクが発生し，費用や作業の進捗などに悪い影響を与え，結果としてプロジェクトが失敗に終わる場合がある．このため実務においては，事前に予測できるいくつかのプロジェクト・リスクに対してリスク対策を実施し，プロジェクト・リスクの発生を抑制したり，プロジェクト・リスクが実際に発生した場合の影響を減少させることによって，プロジェクトを成功に導こうと試みている．プロジェクト・リスク・マネジメントとは，このようなプロジェクト・リスクの発生と影響をコントロールするためのリスク対策を計画・実行し，プロジェクトを成功に導こうとする一連のマネジメント活動のことを指している．

しかし，プロジェクトの目的や費用・期限などの状況に応じたリスク対策を計画・実行することは非常に難しい．特に実務においては，不十分なリスク対策しか実施できていない場合があり，プロジェクト実行中にプロジェクト・リスクが発生してしまい，その結果として与えられた費用や期限内で目的を達成することができず，失敗に終わってしまうプロジェクトも多く見受けられる．

このように，プロジェクトが失敗に終わる要因は複数考えられるが，その要因として対策すべきリスクを適切に選択できないことがあげられ，リスク対策の効果を定量的に表すための指標とその評価手法の確立が求められている．

2　プロジェクト・リスクマネジメント

2.1　プロジェクト，プロジェクト・リスク，リスク対策，プロジェクト・リスク・マネジメントとは

本研究の対象とするプロジェクト，プロジェクト・リスク，リスク対策，プロジェクト・リスク・マネジメントについて簡単に説明する [11]．まず，プロジェクトとは何らかの順序性を持つ作業の集まりで，作業はそれが遂行されるために必要な所要期間を持つ．プロジェクト完了期間とは，

プロジェクトに含まれる最初の作業を開始した日から，すべての作業が終了した日までの経過日数を指す．プロジェクトには予め定められた期限が存在し，プロジェクト完了期間が期限以下であれば，そのプロジェクトの結果は成功であると判断し，プロジェクト完了期間が期限を超えた場合には，そのプロジェクトの結果は失敗であると判断する．

次に，プロジェクト・リスクとはその生起によってプロジェクトに含まれる作業の所要期間が増加する事象を指す．プロジェクト・リスクの生起により作業の所要期間が増加すると，プロジェクト完了期間が増加し，結果としてプロジェクトが失敗に終わる場合がある．このようにプロジェクト・リスクとはそれが起きれば，プロジェクト完了期間に，さらにプロジェクトの結果に影響を与える不確実な事象を意味することとする．以下，プロジェクト・リスクがそのプロジェクトにおいて生起する確率をプロジェクト・リスクの発生確率，プロジェクト・リスクが生起した場合のプロジェクト完了期間の増加量を，プロジェクト・リスクの影響度または遅延日数と呼ぶ．

さらに，プロジェクトの実務では，いくつかのプロジェクト・リスクに関して，プロジェクト・リスクが生起する前に適切な対策を実施することにより，プロジェクト・リスクの発生確率や影響度をコントロールすることが可能であると考えている．このような，プロジェクト・リスクの発生確率や影響度を抑制するための対策をリスク対策と呼ぶ．本研究では，特にプロジェクト・リスクの影響度をコントロールすることを目的としたリスク対策について取り扱う．プロジェクト・リスク・マネジメントには，プロジェクトの結果に影響を与えるプロジェクト・リスクを認識し，適切なリスク対策を決定し，実行する，というリスク対策に関する一連のプロセスが含まれる．

2.2　従来のプロジェクト・リスク・マネジメント手法とその課題

これまでプロジェクト完了期間に関しては，CPM や PERT などの数理的手法を用いた多くの研究が行われてきている [2, 3, 4]．これらの研究によって，作業ごとの所要期間の見積もりに基づいて，プロジェクト完了期間を予測することが可能となっている．さらに，作業ごとの所要期間の確率分布を予測し，この確率分布に基づいてプロジェクト完了期間の確率分布を求めることも可能となっている．これらの研究は，プロジェクト完了期間に関する情報を意思決定者に与えることにより，プロジェクトの結果を成功に導くことに大きく貢献してきた．また，プロジェクト・リスクに限らずリスク全般についての定量的な研究も行われてきた [1, 6]．しかしながら，プロジェクト完了期間およびその分布に関する情報のみからでは，プロジェクトの結果を成功に導くために，どのプロジェクト・リスク対策を実施することが最も適切かを意思決定することはできない．また，定量的なリスクマネジメントに関する研究においても，リスク対策によるプロジェクト完了期間への影響を対象とした研究は十分には取組まれていない．

このため，プロジェクト・リスク・マネジメントの実務においては，実施すべきリスク対策を選択するための効果的な情報を，意思決定者に提供することが急務となっている．福田らは，プロジェクト完了期間に影響を与える全てのプロジェクト・リスクを特定することが可能であるという仮定のもとに，プロジェクト・リスクごとの発生確率および影響度を予測し，プロジェクト・リスクの生起に起因するプロジェクト完了期間の増加分，すなわち遅延日数の分布を数理モデルに従って求めることにより，リスク対策の効果を意思決定者に提供した [7, 8, 9, 10]．また，実際のプロジェクトにおいては，プロジェクト完了期間に影響を与える全てのプロジェクト・リスクを特定することは困難な場合があることから，リスク対策を実行していない場合の遅延日数の分布の予測と，リスク対策の対象とするプロジェクト・リスクの発生確率および影響度の予測に基づいて，リスク対策を実行した場合の遅延日数の分布を求めた [11]．

さらに，リスク対策の効果を定量的に表すために，リスク対策効果尺度を導入し，リスク対策に関する意思決定に有効な情報を与えることができることを示した [12]．

しかし，リスク対策の対象とすべきプロジェクト・リスクを適切に選択するために，すべてのプロジェクト・リスクについてリスク対策効果尺度を求めることは効率的であるとは言えない．このため本研究では，リスク対策効果尺度を評価することによって，すべてのプロジェクト・リスクについてリスク対策効果尺度を求めるのではなく，対象とするプロジェクト・リスクを限定することに取り組んだ．

3 リスク対策の数理モデル化とリスク対策効果尺度

3.1 準備

はじめに，プロジェクト・リスク，リスク・シナリオ，リスク構造，プロジェクト，遅延日数について定義する（詳しくは [11] を参照）．

定義 3.1 (プロジェクト・リスク). $\mathbf{r}$ が確率 p でコスト C を発生するプロジェクト・リスクであるとは，以下を満たす確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ および 2 つの関数 $S, C : \Omega \to \mathbb{R}$ が存在するときをいい，$\mathbf{r} = \langle S, p, C \rangle$ と表す．

$$\Omega = \{r, r^c\},\ \mathcal{F} = \big\{\phi, \{r\}, \{r^c\}, \Omega\big\},\ \mathrm{P}(\{r\}) = p,\ \mathrm{P}(\{r^c\}) = 1 - p,\ 0 < p < 1,$$

$$S(\omega) = \begin{cases} 1, \text{ if } \omega = r, \\ 0, \text{ if } \omega = r^c, \end{cases} \qquad C(\omega) = \begin{cases} d, \text{ if } \omega = r, \\ 0, \text{ if } \omega = r^c. \end{cases}$$

また，$(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ をプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ に付随する確率空間，P をプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ に付随する確率（測度）とよぶ．さらに，S をプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ の生起状態と呼び，$S = 1$ のときプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ は生起している，$S = 0$ のときプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ は生起していないという．

以下，プロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ のコスト C を影響度 (遅延日数) $d > 0$ と考え，C を d と同一視して $\mathbf{r} = \langle S, p, C \rangle$ を $\mathbf{r} = \langle S, p, d \rangle$ と表す．また，混乱がなければ，“確率 p でコスト C を発生するプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ ” を “プロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ ” と簡略化して表す．

さらに，複数のプロジェクト・リスクを扱えるよう，$\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle$, $k = 1, 2, \ldots, K$ によって K 個のプロジェクト・リスクを表し，それぞれに付随する確率空間を $(\Omega_k, \mathcal{F}_k, \mathrm{P}_k)$ と表す．また，添え字集合を $U = \{1, 2, \ldots, K\}$ とおく．

定義 3.2 (プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ のリスク・シナリオ). K 個のリスク $\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle$, $k \in U$ を考える．このとき，各リスク $\mathbf{r}_k$ に付随する確率空間 $(\Omega_k, \mathcal{F}_k, \mathrm{P}_k)$ の直積確率空間を $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ と表し，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k,\ k \in U\}$ に付随する確率空間と呼ぶ．また，任意の $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \ldots, \omega_K) \in \Omega$ に対して

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}) \stackrel{\text{def}}{=} \big(S_1(\omega_1), \ldots, S_K(\omega_K)\big) \in \{0, 1\}^K$$

によって定義された $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ 上の確率変数 $\boldsymbol{S}$ をプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ のリスク・シナリオと呼ぶ．

定義 3.3 (プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ のリスク構造). プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle,\ k \in U\}$ に付随する確率空間を $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ とし，そのリスク・シナリオを $\boldsymbol{S}$ とする．このとき，$\big(\boldsymbol{S}, (\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P}), \boldsymbol{d}\big)$ をプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ のリスク構造と呼ぶ．ここで $\boldsymbol{d} = (d_1, \ldots, d_K)$ は，各プロジェクト・リスク $\mathbf{r}_k$ の影響度 $d_k > 0$ を要素とするベクトルであり，リスク構造 $\big(\boldsymbol{S}, (\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P}), \boldsymbol{d}\big)$ の影響度ベクトルと呼ぶ．

以下，“リスク構造 $\big(\boldsymbol{S},(\Omega,\mathcal{F},\mathrm{P}),\boldsymbol{d}\big)$ の影響度ベクトル” を簡略化して “リスク影響度ベクトル” と表す

定義 3.4 (遅延限界 $L \geq 0$ のプロジェクト). $\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k\rangle,\ k \in U\}$ をプロジェクト・リスク集合とし，そのリスク構造を $\big(\boldsymbol{S},(\Omega,\mathcal{F},\mathrm{P}),\boldsymbol{d}\big)$ とする．また， $G=(V,E)$ をソース $s \in V$, シンク $t \in V$ および各エッジ $(i,j) \in E$ に対して容量 $u_{ij} > 0$ を持つ有向グラフとする．

このとき， $\mathbb{P} = \Big((V,E),\big(\boldsymbol{S},(\Omega,\mathcal{F},\mathrm{P}),\boldsymbol{d}\big),L\Big)$ を 遅延限界 $L \geq 0$ のプロジェクトと呼び，各エッジをアクティビティ，それぞれのアクティビティに対応する容量を所要期間と呼ぶ．

定義 3.5 (プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ による遅延日数). $\mathbb{P} = \Big((V,E),\big(\boldsymbol{S},(\Omega,\mathcal{F},\mathrm{P}),\boldsymbol{d}\big),L\Big)$ を遅延限界 $L \geq 0$ のプロジェクトとし，$\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k\rangle,\ k \in U\}$ によってそのプロジェクト・リスク集合を表す．

このとき， $(\Omega,\mathcal{F},\mathrm{P})$ 上の確率変数 $\mathbf{X}_U = \boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{d}$ をプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ による遅延日数と呼ぶ．ここで $\cdot$ は内積を表す．

ここで，$\mathbf{X}_U \leq L$ の場合プロジェクトは成功したと表現し，$\mathbf{X}_U > L$ の場合プロジェクトは失敗したと表現する．

3.2 リスク構造の分割とリスク対策効果尺度の定義

つぎに，このプロジェクト・リスクの「回避」や「影響の軽減」を目的とした “リスク対策” を行う 「“リスク対策” されるプロジェクト・リスク」と “リスク対策” を行わない 「“リスク対策” されないプロジェクト・リスク」とを区別して表現するため，リスク構造の分割を次のように導入する（詳しくは [11] を参照）.

$T \subseteq U$ を “リスク対策” されるリスクの添え字集合とし，以下，簡単のため $T = \{1,\ldots,m\}$ $(m < K)$ とおく．プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k\rangle,\ k \in T\}$ に付随する確率空間を $(\Omega_T,\mathcal{F}_T,\mathrm{P}_T)$，リスク・シナリオを $\boldsymbol{S}_T = (S_1,\ldots,S_m)$，リスク影響度ベクトルを $\boldsymbol{d}_T = (d_1,\ldots,d_m)$ と表す．同様に，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_{U\setminus T} = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k\rangle,\ k \in U\setminus T\}$ に付随する確率空間を $(\Omega_{U\setminus T},\mathcal{F}_{U\setminus T},\mathrm{P}_{U\setminus T})$，リスク・シナリオを $\boldsymbol{S}_{U\setminus T} = (S_{m+1},\ldots,S_K)$，リスク影響度ベクトルを $\boldsymbol{d}_{U\setminus T} = (d_{m+1},\ldots,d_K)$ と表す．

さらに，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T$ による遅延日数を $\mathbf{X}_T = \boldsymbol{S}_T\cdot\boldsymbol{d}_T$，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_{U\setminus T}$ による遅延日数を $\mathbf{X}_{U\setminus T} = \boldsymbol{S}_{U\setminus T}\cdot\boldsymbol{d}_{U\setminus T}$ と表す．

ここで，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k,\ k \in U\}$ に付随する確率空間 $(\Omega,\mathcal{F},\mathrm{P})$ における確率変数 $\widetilde{X}_T$, $\widetilde{X}_{U\setminus T}$ を 2 つの K 次元ベクトル $\widetilde{\boldsymbol{d}}_T = (d_1,\ldots,d_m,0,\ldots,0)$ と $\widetilde{\boldsymbol{d}}_{U\setminus T} = (0,\ldots,0,d_{m+1},\ldots,d_K)$ を用いて $\widetilde{X}_T = \boldsymbol{S}\cdot\widetilde{\boldsymbol{d}}_T$, $\widetilde{X}_{U\setminus T} = \boldsymbol{S}\cdot\widetilde{\boldsymbol{d}}_{U\setminus T}$ と定義し，必要に応じて $\mathbf{X}_T$, $\mathbf{X}_{U\setminus T}$ と $\widetilde{X}_T$, $\widetilde{X}_{U\setminus T}$ を同一視する．なお $\widetilde{X}_T$, $\widetilde{X}_{U\setminus T}$ は独立な確率変数である．

定理 3.1. $\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \leq x), \mathrm{P}(\mathbf{X}_T = x)$ が任意の x について既知である場合

$$
\begin{aligned}
\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} \leq 0) &= \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \leq 0)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_T = 0)} \\
\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} \leq 1) &= \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \leq 1) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_T = 1)\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} \leq 0)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_T = 0)} \\
&\ \vdots \\
\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} \leq L) &= \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \leq L) - \sum_{i=1,\cdots,L}\mathrm{P}(\mathbf{X}_T = i)\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} \leq L-i)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_T = 0)}
\end{aligned}
$$

により，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} \le L)$ を求めることができる．ここで，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_U = x)$ はリスク対策を実施しない場合の遅延日数の分布を，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_T = x)$ はプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T$ に起因する遅延日数の分布を，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} = x)$ は $\mathcal{R}_T$ に対してリスク対策を実施した場合の遅延日数の分布を表している．

定理 3.1 より，リスク対策を実施していない場合の遅延日数の分布 $\mathrm{P}(\mathbf{X}_U = x)$ と，リスク対策の対象とするプロジェクト・リスクに起因する遅延日数の分布 $\mathrm{P}(\mathbf{X}_T = x)$ を用いて，リスク対策を実行した場合の遅延日数の分布 $\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} = x)$ を求めることができる．

リスク構造の分割を用いることにより，遅延限界 $L \ge 0$ のプロジェクト $\mathbb{P} = \Big((V,E), \big(\boldsymbol{S}, (\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P}), \boldsymbol{d}\big), L\Big)$ において，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T$ に対してリスク対策を実施した場合の効果は，

$$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus T} \le L) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le L)$$

で表すことができる．

定義 3.6 (リスク r_k に対するリスク対策効果尺度 [12])**.** リスク r_k を対象にリスク対策を実施するとき，関数 $f(\cdot; r_k) : \mathbb{Z} \to [-1, 1]$ を以下のように定義し，リスク r_k に対するリスク対策効果尺度と呼ぶ．

$$f(x; r_k) \stackrel{\text{def}}{=} \mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus\{r_k\}} \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X} \le x), \quad x \in \mathbb{Z}$$

4 リスク対策効果尺度の評価

プロジェクト・リスクごとのリスク対策効果尺度を求めることにより，リスク対策の対象とすべきプロジェクト・リスクを適切に選択することが可能である [12]. しかし，実際のプロジェクトでは多数のプロジェクト・リスクが存在し，それらすべてのプロジェクト・リスクについてリスク対策効果尺度を求めることは効率的であるとはいえない．

そこで本研究では，リスク対策効果尺度を評価することによって，すべてのプロジェクト・リスクについてリスク対策効果尺度を求めるのではなく，リスク対策効果尺度を求める対象とするプロジェクト・リスクを限定することが可能であることを示す．

定理 4.1. $\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x)$ が任意の x について既知である場合，任意の $x > 0$ について，

$$f(x; r_k) \le \min\{\frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)}\mathrm{P}(x - x_k < \mathbf{X}_U \le x), \mathrm{P}(x < \mathbf{X}_U \le x + x_k)\}$$

が成立する．

証明 $\mathbf{X}_{U\setminus\{r_k\}}$ と $\mathbf{X}_{\{r_k\}}$ は独立な確率変数であることから，

$$\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) \;=\; \mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus\{r_k\}} \le x - x_k) + \mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus\{r_k\}} \le x)$$

である．$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0) > 0$ であることから，

$$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus\{r_k\}} \le x) \;=\; \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus\{r_k\}} \le x - x_k)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)}$$

である．よって，リスク対策効果尺度 $f(x;r_k)$ の定義より，

$$\begin{aligned}
f(x;r_k) &= \mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\backslash\{r_k\}} \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) \\
&= \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\backslash\{r_k\}} \le x - x_k)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)} - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) \\
&= \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\backslash\{r_k\}} \le x - x_k)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)} - \frac{1 - \mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)}\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) \\
&= \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)} \left(\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\backslash\{r_k\}} \le x - x_k)\right)
\end{aligned}$$

である．ここで，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\backslash\{r_k\}} \le x - x_k) \ge \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x - x_k)$ であることから，

$$\begin{aligned}
f(x;r_k) &\le \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)} (\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x - x_k)) \\
&= \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)} (\mathrm{P}(x - x_k < \mathbf{X}_U \le x))
\end{aligned}$$

である．同様に，$\mathbf{X}_{U\backslash\{r_k\}}$ と $\mathbf{X}_{\{r_k\}}$ は独立な確率変数であることから，

$$\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x + x_k) = \mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\backslash\{r_k\}} \le x) + \mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\backslash\{r_k\}} \le x + x_k)$$

である．$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k) > 0$ であることから，

$$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\backslash\{r_k\}} \le x) = \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x + x_k) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\backslash\{r_k\}} \le x + x_k)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)}$$

である．よって，

$$\begin{aligned}
f(x;r_k) &= \mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\backslash\{r_k\}} \le x) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) \\
&= \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x + x_k) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\backslash\{r_k\}} \le x + x_k)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)} - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x)
\end{aligned}$$

である．ここで，$\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\backslash\{r_k\}} \le x + x_k) \ge \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x + x_k)$ であることから，

$$\begin{aligned}
f(x;r_k) &\le \frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x + x_k) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x + x_k)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)} - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) \\
&= \frac{1 - \mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)}\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x + x_k) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) \\
&= \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x + x_k) - \mathrm{P}(\mathbf{X}_U \le x) \\
&= \mathrm{P}(x < \mathbf{X}_U \le x + x_k)
\end{aligned}$$

である．よって，

$$f(x;r_k) \le \min\{\frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)}\mathrm{P}(x - x_k < \mathbf{X}_U \le x), \mathrm{P}(x < \mathbf{X}_U \le x + x_k)\}$$

である． □

定理 4.1 より，プロジェクトが目標とする遅延日数および確率の値に基づいて，リスク対策効果尺度の範囲を限定することにより，リスク対策の対象として検討すべきリスクを限定することが可能であることが示された．

5 数値例

定理 4.1 に従ってスク対策効果尺度の評価を行うことで，リスク対策の対象として検討すべきプロジェクト・リスクを限定できることを数値例を用いて示す．このプロジェクトにおけるプロジェクト・リスクの発生確率と遅延日数は表 1 のとおりとし，遅延限界 $L = 20$ とする．またこのプロジェクトでは，いずれかのプロジェクト・リスク r_k に対してリスク対策を行うことによって，プロジェクトが遅延限界以内で完了する確率 $\mathrm{P}(\mathbf{X}_{U\setminus\{r_k\}} \leq 20)$ を 0.8 以上にしたいとする．なお，リスク対策を行わない場合にプロジェクトが遅延限界以内で完了する確率は $\mathrm{P}(\mathbf{X}_U \leq 20) = 0.7$ である．すなわち，遅延限界におけるリスク対策効果尺度 $f(20; r_k) \geq 0.1$ であるプロジェクト・リスクをリスク対策の対象として選択する必要がある．表 1 のリスク対策効果尺度の評価には，定理 4.1 に基づいて，それぞれのプロジェクト・リスクに関する下記の評価式の計算結果を示している．

$$\min\{\frac{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = x_k)}{\mathrm{P}(\mathbf{X}_{\{r_k\}} = 0)}\mathrm{P}(20 - x_k < \mathbf{X}_U \leq 20), \mathrm{P}(20 < \mathbf{X}_U \leq 20 + x_k)\}$$

リスク	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10
発生確率	0.4	0.1	0.3	0.2	0.1	0.2	0.1	0.3	0.2	0.1
遅延日数	10	15	4	11	5	7	13	4	7	9
リスク対策効果尺度の評価	0.22 ≥ 0.1	0.06	0.05	0.10 ≥ 0.1	0.01	0.06	0.05	0.05	0.06	0.03

表 1: プロジェクト・リスクの発生確率，影響度，リスク対策効果尺度の評価

表 1 より，$f(20; r_k) >= 0.1$ となるプロジェクト・リスクは r_1 および r_4 のみであり，この 2 つのプロジェクト・リスクについてのみリスク対策効果尺度を計算すれば良いことがわかる．

まず，r_1 に対してリスク対策を実行した場合のリスク対策効果尺度 $f(20; r_1)$ を定理 3.1 を用いて計算すると，

$$f(20; r_1) = 0.17 \geq 0.1$$

となり，r_1 のリスク対策効果尺度は条件を満足することがわかる．

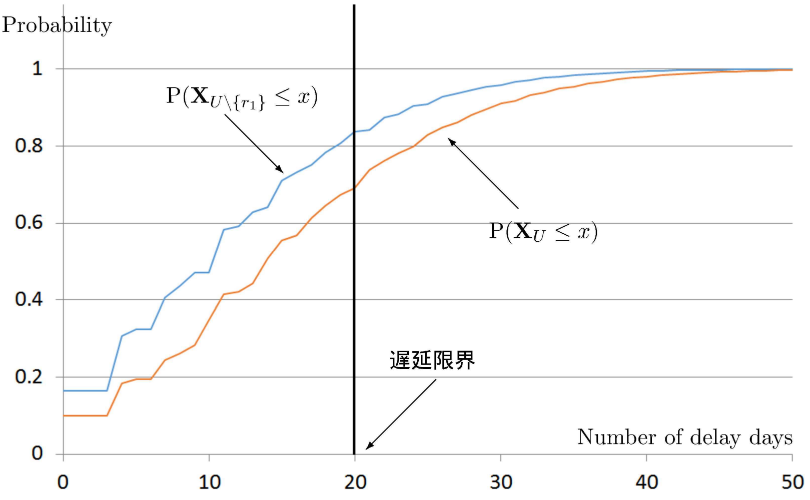

図 1: r_1 にリスク対策を実施した場合の遅延日数の分布

つぎに，r_2 に対してリスク対策を実行した場合のリスク対策効果尺度 $f(20; r_2)$ を定理 3.1 を用いて計算すると，

$$f(20; r_2) = 0.05 < 0.1$$

となり，確かに r_2 のリスク対策効果尺度は条件を満足していないことがわかる．

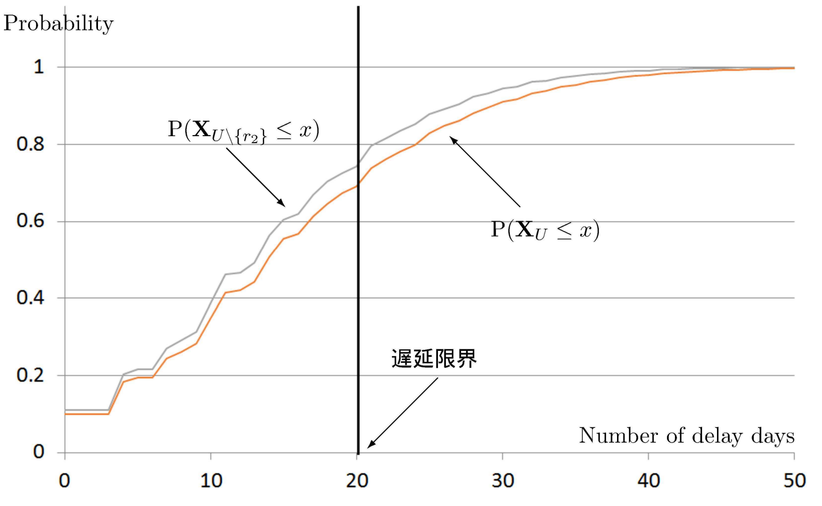

図 2: $\mathbf{r}_2$ にリスク対策を実施した場合の遅延日数の分布

最後に，r_4 に対してリスク対策を実行した場合のリスク対策効果尺度 $f(20; r_4)$ を定理 3.1 を用いて計算すると，

$$f(20; r_4) = 0.07 < 0.1$$

となり，r_4 は評価式では条件を満足してるが，リスク対策効果尺度の値は条件を満足しないことがわかる．

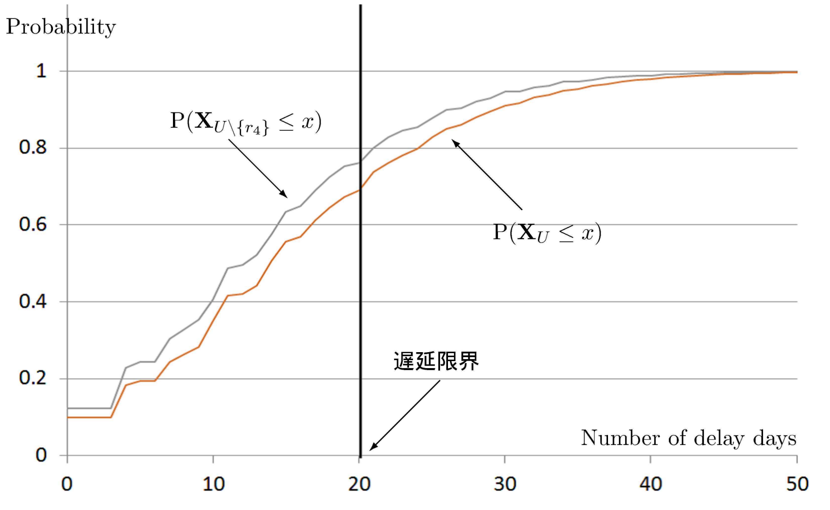

図 3: r_4 にリスク対策を実施した場合の遅延日数の分布

このように，定理 3.1 に基づいてリスク対策効果尺度の評価を行うことにより，リスク対策の対象として検討すべきプロジェクト・リスクを r_1 および r_4 に限定することができ，結果として r_1 のみがリスク対策の対象とすべきプロジェクト・リスクであることがわかる．

6　結論と研究課題

リスク対策効果尺度の評価を行い，リスク対策の対象となるプロジェクト・リスクを限定することにより，すべてのプロジェクト・リスクについてリスク対策効果尺度を求めるのではなく，効率的にリスク対策の対象とすべきプロジェクト・リスクの選択が可能であることを示した．

現在，リスクの独立性，複数のリスクに関するリスク対策効果尺度の評価，およびリスク対策効果尺度の評価をより正確に行う手法について研究を行っている．

参考文献

[1] Stanley Kaplan and B. John Garrick, On The Quantitative Definition of Risk, Risk Analysis, Vol.1, No.1, pp.11-21, 1981

[2] James E. Kelley Jr, Critical-Path Planning and Scheduling: Mathematical Basis, *Operations Research*, Vol. 9(3), pp.296-320, 1961.

[3] Kenneth R. MacCrimmon and Charles A. Ryavec, An Analytical Study of the PERT Assumptions, *Operations Research*, Vol. 12, No. 1, pp.16-37, 1964.

[4] J. O. Mayhugh, On the Mathematical Theory of Schedules, *Management Science*, Vol. 11, No. 2, pp.289-307, 1964.

[5] Project Management Institute, A Guide to the Project Management Body of Knowledge (PMBOK Guide). Fifth Edition, Project Management Institute, Inc., USA, 2013

[6] Moshe Shaked and J. George Shanthikumar, Stochastic Orders, Springer, 2006.

[7] 福田裕一，桑野裕昭，島孝司, プロジェクト・リスク・マネジメントにおける遅延時間に関する一考察, RIMS 講究録 1912, pp.112-120, 2014.

[8] 福田裕一，桑野裕昭，島孝司, プロジェクト・リスクと遅延時間の関係の数理モデル化, 日本 OR 学会 2014 年春季研究発表会アブストラクト集, pp.184-185, 2014.

[9] 福田裕一，桑野裕紹, プロジェクト・リスクにおける汎用的フレームワークについて, RIMS 講究録 1939, pp.162-171, 2015.

[10] 福田裕一，桑野裕紹, プロジェクト・リスク・モデルを用いた リスクの優先順位づけについて, 日本 OR 学会 2015 年春季研究発表会アブストラクト集, pp.116-117, 2015.

[11] 福田裕一，桑野裕昭, プロジェクト・リスク・マネジメントにおけるリスク対策の数理モデル化, RIMS 講究録 1990, pp.230-237, 2016.

[12] 福田裕一，桑野裕昭, プロジェクト・リスク・モデルを用いたリスク対策の効果の算出について, 日本 OR 学会 2016 春季研究発表会アブストラクト集, pp.pp.287-288, 2016.